Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit

Beispielsammlung 2

Thema:

Einfache Aufgaben
Verknüpfung von Ereignissen mit und, oder …
Vierfeldertafel
Mehrstufige Experimente

Keine bedingten Wahrscheinlichkeiten
keine Kombinatorik
keine Verteilungsfunktionen

Stand: 22. Januar 2019

Datei Nr. 31120

Friedrich W. Buckel

Internetbibliothek für Schulmathematik

https://mathe-cd.de

Inhalt

1 Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen

2.10 Würfeln

Ein idealer Würfel wird einmal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse:

A: Man würfelt eine gerade Zahl.

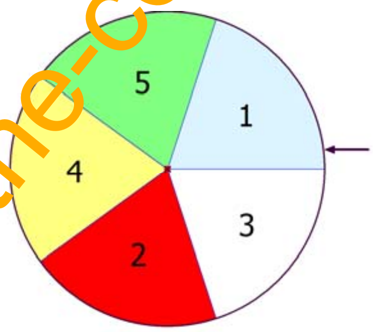
B: Man würfelt eine Zahl größer als 4.

C: Die gewürfelte Augenzahl ist ein Teiler von 6.

Wie könnte man das Ereignis $M = \{2;4;5;6\}$ verbal beschreiben?

Wie viele Ereignisse gibt es beim Würfeln?

2.11 Ein Glücksrad drehen



Nebenstehendes Rad hat kongruente Sektoren (Innenwinkel 72°). Es wird einmal gedreht.

Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

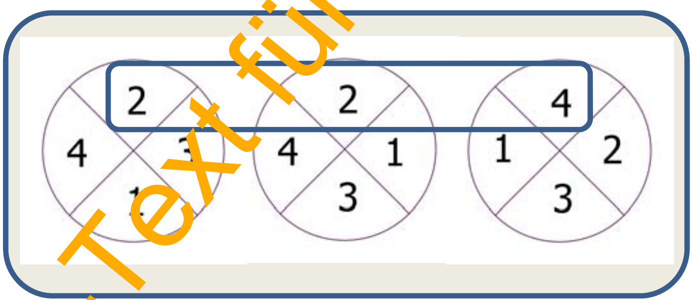
A: Das Ergebnis ist höchstens 3

B: Man erhält keine ungerade Zahl

$C = \{1;2;4;5\}$

2.12 Ein Spielautomat

besitzt drei Glücksräder die bei einem Spiel zugleich gedreht werden und dann unabhängig voneinander eine Zahl anzeigen:



Wie viele Ergebnisse gibt es?

Jetzt zeigt der Automat die Zahl 224 an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint

a) die Zahl 224?

b) eine Zahl kleiner als 200?

c) eine durch 3 teilbare Zahl

d) eine Zahl, die größer als 222 aber kleiner als 333 ist?

2.13 Zwei Würfel zugleich werfen

Berechne die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:

A: Die Augensumme ist 9.

B: Die Augensumme ist eine Primzahl

C: Die zweite Zahl ist doppelt so groß wie die erste.

D: Die erste Zahl ist um 1 größer als die zweite.

E: Die beiden Zahlen unterscheiden sich um 3.

2.14 Mit einem Würfel dreimal werfen

Wenn es dabei nicht auf die Reihenfolge der gewürfelten Zahlen ankommt, ist dasselbe gleichzusetzen dem Experiment, dass drei Würfel zugleich geworfen werden.

Wie viele Ergebnisse gibt es?

Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

A: Die Augensumme ist größer als 4.

B: Die Augenzahl 4 tritt mindestens einmal auf.

C: Die 2 tritt höchstens zweimal auf.

D: Es wird keine gerade Zahle gewürfelt.

E: Es werden drei verschiedene Zahlen gewürfelt.

2.15 Eine verbogene Münze dreimal werfen

Eine verbogene Münze wird dreimal geworfen. Sie enthält Wappen (W) und Zahl (Z).

In einem Test wurde ermittelt, dass Wappen mit der relativen Häufigkeit $p_W = \frac{3}{7}$ aufgetreten ist.

Welche Wahrscheinlichkeiten haben diese Ereignisse?

E_1: Es wird genau zweimal Wappen geworfen.

E_2: Man erhält genau zweimal Zahl.

E_3: Man erhält höchstens zweimal Zahl.

2.16 Gewinnlose

Die Wahrscheinlichkeit für ein Gewinnlos beträgt 20%. Es werden genau zwei Lose gekauft.

a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den gekauften Losen mindestens ein Gewinnlos ist.

c) Begründen Sie, dass es sich nicht um ein Laplace-Experiment handelt.

2. Ereignisse mit UND – ODER – NICHT – WEDER NOCH – ENTWEDER-ODER

WISSEN: Wahrscheinlichkeit für das Oder-Ereignis:

Für die Anzahl der Elemente der Vereinigungsmenge $A \cup B$ kann man die Anzahlen von A und B addieren, muss dann aber die Anzahl der Elemente der Schnittmenge einmal subtrahieren, damit sie nicht doppelt gewichtet werden:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Daraus folgt der <u>Additionssatz für Oder-Ereignisse</u>:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

WISSEN: Wahrscheinlichkeit für das Oder-Ereignis;

<u>Das Entweder-Oder-Ereignis:</u>

Für die Anzahl der Elemente, die entweder zu A oder zu B gehören, kann man die Anzahlen von A und B addieren, muss dann aber die Anzahl der Elemente der Schnittmenge doppelt subtrahieren, damit sie nicht doppelt gewichtet werden:

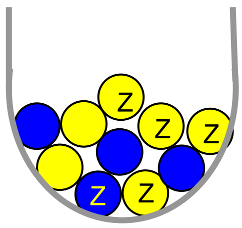
„Symmetrische Differenz“: $|A \Delta B| = |A| + |B| - 2 \cdot |A \cap B|$

Daraus folgt der <u>Additionssatz für Entweder-Oder-Ereignisse</u>:

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2 \cdot P(A \cap B)$$

2.20 Es wird einmal gewürfelt. Gegeben sind die Ereignisse $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,4,6\}$.

Verwende die Additionssätze für:
Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt „**A oder B**“ ein?
Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt „**Entweder A oder B**“ ein?



2.21 Aus nebenstehender Urne soll eine Kugel gezogen werden.

Wir betrachten diese Ereignisse:

G: Die Kugel ist gelb
B: Die Kugel ist blau
Z: Die Kugel trägt den Buchstaben Z.

Berechne die Wahrscheinlichkeiten für

alle Und-Ereignisse, Oder-Ereignisse, Entweder-Oder-Ereignisse
W: Die Kugel ist **<u>weder</u>** gelb **<u>noch</u>** trägt sie den Buchstaben Z
N: Die Kugel trägt **<u>nicht</u>** den Buchstaben Z
R: Die Kugel ist gelb **<u>und</u>** trägt **<u>nicht</u>** das Z

2.22 In einem Gefäß befinden sich 100 gleichartige Kugeln mit den Nummern 1 bis 100. Eine Kugel wird zufällig gezogen.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Die Zahl ist durch 9 teilbar

B: Die Zahl ist durch 12 teilbar

C: Die gezogene Kugel trägt eine durch 11 teilbare Zahl.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten zu den folgenden Ereignissen:

$A \cap B$, (Die Schnittmenge enthält die gemeinsamen Elemente), $B \cap C$ und $A \cap C$

$A \cup B$, (Die Vereinigungsmenge enthält alle Elemente von A oder B), $B \cup C$ und $A \cup C$

$\overline{A}$ (damit bezeichnet man das Gegenereignis von A), $\overline{B}$ und $\overline{C}$.

$\overline{A \cup B}$ und $\overline{A \cap C}$.

2.23 Ein **Skatspiel** hat die Karten 7 8 9 10 B D K A jeweils in den Farben rot (Herz und Karo) und schwarz (Pik und Kreuz).
Daraus wird eine Karte gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese

a) Dame oder König?
b) rot oder Karo?
c) schwarz oder Zahl?
d) rot oder schwarz?
e) rot und schwarz?
f) Bild oder Kreuz?
g) ein roter Bube?
h) keine rote Zahl?

2.24 . **Zwei ideale Würfel** werden <u>zugleich</u> geworfen.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

A: Die Augensumme ist 4.

B: Die Augensumme ist größer als 4.

C: Die Augensumme ist gerade.

D: Das Produkt der Augenzahlen ist gerade.

E: Die Differenz der Augenzahlen ist 2 oder 3.

F: Die Augenzahlen sind verschieden.

G: Es wurde keine 3 gewürfelt.

2.25 Ein **gezinkter Würfel** hat diese Wahrscheinlichkeitsfunktion:

Zahl	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	0,1	0,1	0,2	0,2	0,1	0,3

a) Man würfelt zweimal und verwendet die erste Zahl als Zehnerziffer, die zweite als Einerziffer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man eine Zahl über 60 mit zwei verschiedenen Ziffern?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man bei drei Würfen drei gleiche Zahlen?

c) Nun würfelt man fünfmal. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man fünf aufeinanderfolgende Zahlen?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist bei zweimaligem Würfeln die zweite Zahl größer als die erste?

2.26 Tulpenzwiebeln

Frau Meisterhand will im Frühjahr ihre Tulpenzwiebeln stecken.
In ihrem Karton liegen die Zwiebeln von 15 roten, 10 gelben und 5 weißen Pflanzen. Sie sind leider nicht mehr unterscheidbar.

a) Sie entnimmt dem Karton willkürlich drei Tulpenzwiebeln.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten die folgenden Ereignisse ein?

A: Sie hat nur Tulpen derselben Farbe entnommen.
B: Sie hat mindestens 2 rote Tulpen genommen.
C: Sie hat verschiedenfarbige Tulpen genommen.
D: Sie hat höchstens 1 weiße Tulpe entnommen,
E: Sie hat Tulpen mit nur 2 Farben entnommen.
F: Sie hat keine rote Tulpe entnommen.

b) Gibt es unter den Ereignissen aus a) unvereinbare?

c) Formuliere diese Ereignisse mit Worten: $A \cap B$, $B \cap D$, $\bar{D}$, $C \cap F$

2.27 Kartenspiel

Ein Kartenspiel hat 40 Karten, und zwar jeweils mit den Nummern 0 bis 9 in den Farben rot, blau, gelb und schwarz.

Man zieht eine Karte. Folgende Ereignisse werden definiert:

A: Man zieht eine Zahl zwischen 3 und 8
B: Man zieht eine blaue Karte
C: Man zieht eine nicht schwarze Karte

a) Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B, C und D.

b) Beschreibe die folgenden Ereignisse mit Worten und gib ihre Wahrscheinlichkeit an:

$A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap C$, $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$,

$B \setminus A$, $B \setminus C$, $A \setminus D$, $\overline{A \cup B}$, $\bar{B} \cap \bar{D}$; $A \Delta B$ (entweder - oder)

3 Vierfeldertafel

2.30

a) Gegeben ist diese Vierfeldertafel. Vervollständige sie.

	B		
A	0,03		
	0,01		0,17

b) Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

D: Weder A noch B tritt ein.
E: Entweder A oder B tritt ein.

c) Erstelle ein zu dieser Vierfeldertafel gehörendes zweistufiges Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

2.31

a) Gegeben ist diese Vierfeldertafel. Vervollständige sie.

	B		
A		0,01	
			0,80
	0,40		

b) Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

C: Nicht A aber B tritt ein.
D: Weder A noch nicht B tritt ein.

c) Erstelle ein zu dieser Vierfeldertafel gehörendes zweistufiges Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

2.32

Über die Wahrscheinlichkeit zweier Ereignisse A und B weiß man:

$$P(A) = \tfrac{1}{4},\quad P(\overline{B}) = \tfrac{2}{3} \quad \text{und} \quad P(A \cap B) = \tfrac{1}{5}.$$

Ermittle über eine Vierfeldertafel $P(\overline{A}), P(B), P(A \cup B), P(\overline{A} \cup B)$ sowie $P(A \triangle B)$

Hilfe: $A \triangle B$ ist die durch ***entweder-oder*** beschriebene symmetrische Differenz ist, die man auch so beschreiben kann: $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ oder $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

2.33

a) Schraffiere in Abb. 1 C: weder A noch B

b) Schraffiere in Abb. 2 $D = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cup \overline{B})$

c) Schraffiere in Abb. 3 $E = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$ Wie kann man E verbal beschreiben?

Abb.1	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

Abb.2	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

Abb.3	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

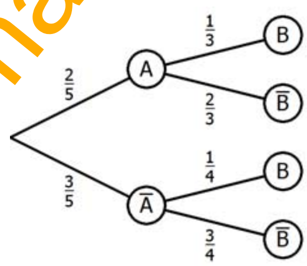
2.34 Beschreibe die gefärbten Felder mit Mengensymbolen und auch verbal.

Abb.1	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

Abb.2	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

Abb.3	B	$\overline{B}$
A		
$\overline{A}$		

2.35 Erstelle zu diesem Baumdiagramm eine Vierfeldertafel:



2.36 Über die Wahrscheinlichkeit zweier Ereignisse A und B weiß man:

$$P(A) = \tfrac{1}{4},\quad P(\overline{B}) = \tfrac{1}{3}\quad \text{und}\quad P(A \cap B) = \tfrac{1}{5}.$$

Ermittle über eine Vierfeldertafel $P(\overline{A}), P(B), P(A \cup B), P(\overline{A} \cup B)$ sowie $P(A \triangle B)$ wobei $A \triangle B$ die durch entweder-oder beschriebene symmetrische Differenz ist.

2.38 Defekte Tonkrüge

Ein Töpfer stellt Tonkrüge her.

12 % seiner Krüge tragen ein Lackfehler (L) , 20 % einen Formfehler (F) ,

andere Fehler wurden hier nicht erfasst. 70,7 % sind 1. Wahl.

Daraus soll eine Vierfeldertafel für die Prozentangaben erstellt werden.

2.39 Defekte Tonkrüge

Eine Töpferei stellt Tonkrüge her. Dabei können zweierlei Fehler auftreten:
Die Oberfläche kann fehlerhaft (rau) sein und die Farbe kann nicht sauber lackiert sein.

Ein Gefäß heißt 1. Wahl, wenn es fehlerlos ist, tritt genau ein Fehler auf, dann liegt 2. Wahl vor. Krüge mit beiden Fehlern kann man nicht mehr verkaufen, sie sind Ausschussware.

Aus Erfahrung weiß man, dass Fehler an der Oberfläche (O) in 20 % der Fälle auftreten, Fehler im Lack (L) mit 15 %. Ausschuss kommt nur mit 3 % vor.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Tonkrug 1. Wahl bzw. 2. Wahl ?

2.40 Basketball

Ein Basketballspieler erhält einen Doppelfreiwurf. Aus langer Beobachtung weiß er, dass er mit 60% Wahrscheinlichkeit beim ersten Wurf trifft. Dies gilt auch für den 2. Wurf. Die Wahrscheinlichkeit für zwei Treffer nacheinander liegt bei 48 %.
Trage in eine Vierfeldertafel alle acht möglichen Wahrscheinlichkeiten ein und erläutere ihre Bedeutung.

2.41 Lose ziehen

In einer Lostrommel sind 80 % der Lose Nieten (N), 40% der Lose sind rot gefärbt ® und 5 % sind rot gefärbt und keine Nieten.

Bestimme mit der Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gezogenes Los

a) ein Gewinnlos ist, aber nicht rot ist.

b) ein Gewinnlos oder ein rot gefärbtes Los ist.

2.42 Lostopf

In einer Los-Urne befinden sich gleich viele rote wie blaue Lose. Ein Viertel davon sind Gewinne. Es ist bekannt, dass 80 blaue Lose Nieten sind und 30 rote sind Gewinne.

a) Wie viele Lose enthält die Urne, wie viele davon sind blau und wie viele sind rot?
Wie viele blaue Gewinnlose gibt es und wie viele rote Nieten?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt man aus der vollen Urne beim blinden Ziehen eines Loses (A) ein blaues Gewinnlos, (B) weder einen Gewinn noch ein blaues Los, (C) entweder eine Niete oder ein rotes Los, (D) ein rotes Los oder einen Gewinn, (E) kein blaues Gewinnlos.

2.43 **Internatsschüler**

In der Oberstufe einer Internatsschule befinden sich 80 Schülerinnen und Schüler.
Unter den 10 externen Schülern (die also nicht im Internat wohnen) sind 4 Mädchen.
40 der Jungs sind interne Schüler.
Stelle eine Vierfeldertafel und kläre, wie viele Jungen und Mädchen diese Oberstufe hat.
Berechne die relativen Häufigkeiten zu Jungen, Mädchen, extern und intern.

2.44 **Schüler sollten nicht rauchen**

In einer Schulklasse mit 24 Kindern befinden sich 16 Jungen und 8 Mädchen. Unter diesen Kindern sind bereits 15 Raucher, 6 davon sind Mädchen.

Übertrage diese Daten in eine Vierfeldertafel.
Berechne dann die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass ein beliebiges Kind dieser Klasse zu M gehört, zu J, zu R, zu N und zu allen vier Schnittmengen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Kind Mädchen oder es raucht?

	M	J
R	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$
N	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Kind weder ein Mädchen noch raucht es?

2.45 **Kurswahlen**

Zur Vorbereitung des neuen Schuljahres liegt eine Liste mit den für die 1. Kursstufe gewählten Leistungs- und Grundkurse vor. Mathematik ist Pflichtkurs, also wählen alle 50 Schüler dieses Jahrganges natürlich entweder LK Mathe (M: 20) oder Grundkurs Mathe (m: 30). Von den 20 LK-M Schülern haben 5 auch den LK E belegt, von den GK-Matheschülern sind es 20.

Trage diese Zahlen in ein Venn-Diagramm und in eine Vierfeldertafel ein.
Fülle eine Vierfeldertafel auch mit relativen Häufigkeiten aus.

2.46 **Spielautomat**

Bei einem „einarmigen Banditen“ (**Spielautomat**) werden mit einem Hebel zwei Spielräder in Bewegung gesetzt. Beide Räder enthalten 6 Symbole, und zwar 6-mal Mond, 2 -mal Karo und einmal Herz.

a) Berechne die Gewinnchancen für die Ereignisse

E_1: zweimal Mond:
E_2: zweimal Karo:
E_3: zweimal Herz:

b) Berechne Wahrscheinlichkeiten für diese Ereignisse:

A: Herz oder Karo
B: Herz und Karo
C: Karo und nicht Herz
D: Nicht „Karo oder Herz“

4 Mehrstufige Experimente

2.60 Eine Dose enthält 4 Kugeln mit den Zahlen 1 - 3 - 4 - 9.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Ziehen aller vier Kugeln der Reihe nach

A: das Geburtsjahr von Brigitte Bardot

B: das Jahr der Rückkehr von Christoph Columbus aus Amerika

entsteht? Löse diese Aufgabe noch einmal, wenn jede Kugel zweifach vorhanden ist.

2.61 Ein Affe sitzt vor eine Spezialschreibmaschine, die nur die 26 Großbuchstaben A bis Z enthält. Er schlägt zehnmal auf die Tasten.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit schreibt er dabei das Wort STOCHASTIK? (Was muss man bei der Berechnung voraussetzen?)

2.62 Ein Dominospiel enthält 28 verschiedene Steine mit Kombinationen aus 0 bis 6 Punkten. Man darf nur Steine aneinander legen, die an der Anschlussseite dasselbe Punktmuster aufweisen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit passen zwei Steine zusammen?

2.63 Eine Firma stellt montags bis freitags stets gleich viele Handys her. Regelmäßige Kontrollen zeigen, dass montags eine Fehlerhäufigkeit von 16%, an den anderen Tagen von 8% auftritt.

a) Stelle diese Situation in einem Baumdiagramm dar.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein beliebiges Handy mit einem Fehler behaftet?

2.64 In Silizen zeigt das Wetter folgende Eigenschaften:

Wenn es heute trocken ist (T), dann ist es morgen mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{6}$ wieder trocken. Wenn es heute nass ist (N), dann ist es morgen mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$ wieder nass. Heute ist Montag und es ist trocken.

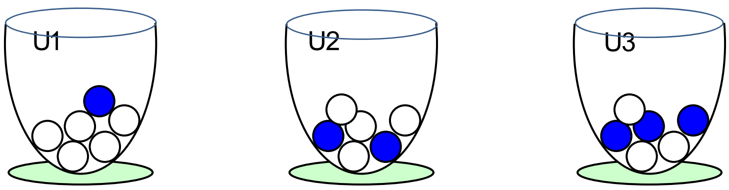
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es

a) am Mittwoch trocken ist? b) am Donnerstag nass ist?

Zeichne Baumdiagramme.

2.65 König Arthur gewährt einem Verräter, der zum Tode verurteilt worden ist, folgende letzte Chance. Mit verbundenen Augen wählt er eines von drei Gefäßen aus. In jedem dieser Gefäße befinden sich 6 sich gleich anfühlende Kugeln. Eine Kugel entnimmt er. Ist diese weiß, wird er begnadigt.

a) Wie groß sind seine Überlebenschancen wenn die Urnen diese Kugeln enthalten:



b) Wie ändern sich die Chancen, wenn zuvor er eine der drei Urnen in eine der beiden anderen umfüllen darf?

2.66 Faschingskrapfen

An Fasching gibt es einen beliebten Scherz. Man füllt Krapfen (manche sagen auch Pfannkuchen) statt mit Marmelade vereinzelt mit Senf. Außen sind sie nicht unterscheidbar mit Zucker bestreut. In einem Korb liegen 20 Krapfen, von denen 4 mit Senf gefüllt sind.

Felix holt sich der Reihe nach drei heraus und beginnt sie zu essen.

a) Zeichne ein Baumdiagramm zu diesem Jux.

b) Welche Wahrscheinlichkeiten haben die Ereignisse:

A: Nacheinander sind zwei Krapfen mit Senf gefüllt.

B: Mindestens ein Krapfen ist mit Senf gefüllt.

C: Mindestens zwei Krapfen sind mit Senf gefüllt.

c) Beschreibe das Ereignis $\overline{A} \cap C$ mit Worten.

d) X sei die Zufallsvariable: Felix beißt beim X. Mal in einen Senfkrapfen.
Stelle die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X auf.

2.67 Schon wieder schlechte Töpferware

Bei der Produktion von Tongefäßen sind 25 % wegen schlechter Form, 15 % wegen unsauberer Farbe und 20 % wegen ungleichmäßiger Oberfläche nicht erste Wahl.
Treten mindestens zwei dieser Fehler auf, wird das Gefäß als Ausschuss deklariert.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufälliges Gefäß 1. Wahl, 2. Wahl oder Ausschuss?

2.68 Münze viermal werfen

Eine ideale Spielmünze (Laplace-Münze oder L-Münze genannt) trägt auf den beiden Seiten die Zahlen 1 und 2 aufgedruckt. Sie wird viermal nacheinander geworfen. Man notiert sich das Ziehungsergebnis. Zeichne ein Baumdiagramm.

Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

A: Es wird genau dreimal die 1 geworfen.

B: Die Summe der geworfenen Zahlen ist 6.

C: Es wird höchstens 1-mal die 2 geworfen,

D: Die letzte Zahl ist eine 1.

E: Die 2. und die 3. Zahl sind verschieden.

F: Aufeinander folgende gezogene Zahlen sind verschieden.

2.69 Viermal würfeln – und doch keine 6

Ein Laplace-Würfel wird viermal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit zu:

A: Man erhält höchstens eine 6

B: Man erhält mindestens eine 6

C: Die erste und die letzte Zahl ist eine 6.

D: Die Augensumme ist kleiner als 24.

2.70 **4 Kugeln auf einmal**

In einem Gefäß befinden sich 5 schwarze und 4 weiße Kugeln.
Man entnimmt **mit einem Griff** 4 Kugeln.
Berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X = Zahl der weißen Kugeln. Zeichne dazu ein Histogramm.

2.71 **5 Kugeln mit Zurücklegen ziehen**

In einer Urne sind 3 weiße und 7 rote Kugeln. Man zieht 5-mal **mit Zurücklegen**.
Berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable X = Zahl der weißen Kugeln. Zeichne ein Histogramm.

2.72 **Seltsames mit Kugeln**

In einer Urne befinden sich eine schwarze und zwei weiße Kugeln. Man entnimmt dreimal eine Kugel und **legt jedes Mal drei Kugeln der gleichen Farbe zurück**.
Zeichne das zugehörige Baumdiagramm und berechne die Pfadwahrscheinlichkeiten.

Bestimme auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable
X = Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln.

2.73 **Einmal so und einmal ansers**

Eine Urne enthält 3 rote, 4 schwarze und 2 grüne Kugeln. Man zieht daraus drei Kugeln einmal mit Zurücklegen und einmal ohne Zurücklegen.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Es werden genau 2 schwarze Kugeln gezogen.
B: Es wird mindestens 1 schwarze Kugel gezogen.
C: Es werden drei verschiedenfarbige Kugeln gezogen.
D: Es werden drei gleichfarbige Kugeln gezogen.
E: Es werden 2 rote oder 2 grüne Kugeln gezogen.

2.74 **Scxulversammlung**

In einer Schülerversammlung befinden sich 2 Schüler der Unterstufe, 5 der Mittelstufe und 7 der Oberstufe.

a) Es werden drei Schüler ausgelost (ohne Zurücklegen).

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt dieses Ereignis ein:
Es werden drei Schüler der gleichen Stufe gezogen oder die beiden Unterstufenschüler.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würde man beim Losen mit Zurücklegen drei Schüler der gleichen Stufe erhalten?

2.75 Karten ziehen

In einem Kartenstapel befinden sich 2 rote und 3 schwarze Karten. Man entnimmt daraus 3 Karten der Reihe nach und legt sie in dieser Reihenfolge vor sich auf den Tisch.

a) Erstelle ein Baumdiagramm.
Berechne zu jedem Pfad die Wahrscheinlichkeit.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten dieser **Ereignisse**:

A: Beim 2. Zug wird eine rote Karte entnommen.
B: Man erhält genau 2 schwarze Karten.
C: Die letzten beiden Karten haben verschiedene Farbe.
D: Man zieht mindestens eine rote Karte
E: Die 2. Karte ist rot oder die 1. ist schwarz.
F: Weder die erste Karte ist schwarz noch die dritte.

2.76 Urnenexperiment: Ziehen ohne Zurücklegen

Eine Urne enthält vier rote und vier blaue Kugeln. Daraus werden der Reihe nach vier Kugeln gezogen und auf dem Tisch der Reihe nach hingelegt.

a) Zeichne ein Baumdiagramm.
Berechne zu jedem Pfad die Wahrscheinlichkeit.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten dieser **Ereignisse**:

A: Es wird genau eine rote Kugel gezogen.
B: Es werden genau 2 rote Kugeln gezogen
C: Es werden genau 3 rote Kugeln gezogen
D: Es werden genau 4 rote Kugeln gezogen
E: Es werden genau 5 rote Kugeln gezogen
F: Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen
G: Es wird höchstens eine rote Kugel gezogen
H: Es werden abwechselnd rote und blaue Kugeln entnommen
K Die ersten drei Kugeln sind rot
L: Die letzten 3 Kugeln sind blau.
M: Die ersten 3 Kugeln sind rot oder die letzten drei Kugeln sind blau

2.77 Urnenexperiment: Ziehen ohne Zurücklegen

Wir ziehen drei Kugeln ohne Zurücklegen aus einer Urne, die
3 gelbe, 4 rote und 5 blaue Kugeln enthält.

a) Zeichne ein Baumdiagramm.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse:

A: Man zieht der Reihe nach blau, gelb und rot
B: Man erhält unabhängig von der Reihenfolge blau, gelb und rot.
C: Die 2. Kugel ist rot

2.78 Falsche Ostereier

Fritzle will seine Mutter ärgern. Die hat für Ostern 20 Eier gekocht und möchte sie danach einfärben. Er entnimmt gekochte 5 Eier und ersetzt sie durch rohe.

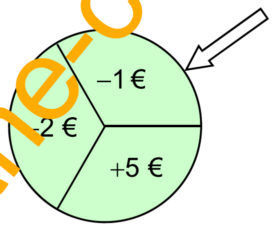
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit führt der erste Griff in den Korb zu einem rohen Ei?

b) Johanna entnimmt zwei Eier, Welche Möglichkeiten gibt es, und wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten dafür?

c) Seine Mutter entnimmt 4 Eier. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind das 3. und 4. Ei roh?

2.79 Spiel mit dem Glücksrad

Klaus denkt sich für seine Schwester Anna ein Spiel aus. Sie muss einmal an seinem selbst gebastelten Glücksrad drehen. Bleibt es bei -1 € oder bei – 2 € stehen, dann muss sie ihm 1 € bzw. 2 € geben. Bleibt das Rad bei + 5 € stehen, muss er ihr 5 € auszahlen.



a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt bzw. verliert Anna, wenn sie nur einmal dreht?

b) Im zweiten Spiel muss Anna zweimal drehen und beide Aktionen werden ausgeführt. Wie sind dann die Chancen?

2.80 Schülerversammlung

In einer Schülerversammlung sitzen die Schüler der 8a, 8b und 8c gemischt in drei ihnen zugewiesenen Reihen. Die folgende Tabelle gibt Auskunft über die Schülerverteilung:

Reihe	8a - J	8a - M	8b - J	8b - M	8c - J	8c – M
Reihe 1	4	2	6	4	2	4
Reihe 2	2	6	0	8	6	6
Reihe 3	6	6	2	2	4	10

a) Aus jeder Reihe wird ein Schüler ausgelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- A: gehören sie alle derselben Klasse an?
- B: gehören sie verschiedenen Klassen an?
- C: ist der Schüler aus der 1. Reihe aus 8a, dann aus 8b und dann aus 8c?
- D: sind es lauter Mädchen?
- E: sind es keine Schüler aus der 8b?

b) Nun wird für jede Klasse 1 Buch verlost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- F: fallen alle Preise in die 1. Reihe?
- G: bekommen die Preise nur Mädchen?
- H: bekommen in der 8a ein Junge das Buch und in der 8b ein Mädchen?

c) Wenn pro Klasse zwei Bücher verlost werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommen in allen drei Klassen jeweils ein Junge und ein Mädchen ein Buch (Ereignis K), wenn jeder höchstens ein Buch erhalten soll?

2.81 Handy-Schwemme

Einer Statistik zufolge haben in Deutschland etwa 70 % der Jugendlichen ein Handy.

a) Auf einer Straße werden zufällig zwei Jugendliche ausgewählt.

(1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben beide ein Handy?

(2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau einer der beiden ein Handy (der andere jedoch keines)?

b) Auf einer Straße werden zufällig drei Jugendliche ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat mindestens einer ein Handy?

c) In der Klasse 8b besitzen 20 von 28 Schülern ein Handy.

(1) Schüler aus der Klasse 8b werden zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau einer der beiden ein Handy?

(2) Mia aus der 8b wird ausgewählt. Mia besitzt kein Handy. Weiterhin wurden zwei ihrer Klassenkameradinnen ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat keines der Mädchen ein Handy?

(3) In die Klasse 8b werden neue Schüler aufgenommen. Der Mathematiklehrer freut sich: "Jetzt entsprechen unsere Wahrscheinlichkeiten genau denen der Statistik!"
Wie viele Schüler mit bzw. ohne Handy können hinzugekommen sein?
Gib eine Möglichkeit an.

5 Die Dreimal-Mindestens-Aufgabe
Die Solange-Bis-Aufgabe

2.101 ***Die Dreimal-Mindestens-Aufgabe***

Ein Gerät durchläuft mehrfach eine Kontrolle, die einen Fehler mit der Wahrscheinlichkeit 0,8 erkennen kann. Um eine größere Sicherheit bei der Fehlerentdeckung zu haben, durchläuft jedes Gerät diese Kontrolle mehrfach.

Wie viele Kontrollen sind ***mindestens*** nötig, um mit ***mindestens*** 99,9 % Wahrscheinlichkeit ***mindestens*** einen Fehler zu entdecken?

2.102 In einer Urne liegen 6 weiße und 4 schwarze Kugeln. Man zieht daraus mehrfach eine Kugel und legt sie wieder zurück.

Wie oft muss man ***mindestens*** ziehen, um mit ***mindestens*** 98% Wahrscheinlichkeit ***mindestens*** eine schwarze Kugel zu erhalten?

2.103 Herr Wahl will beim Münchner Oktoberfest eine Rose schießen. Nüchtern hat er eine Treffsicherheit von 80%. Nach jeder Maß Bier sinkt sie um die Hälfte.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird er ***mindestens*** eine Rose treffen, wenn er dreimal schießt, und zwar einmal nüchtern, einmal nach dem 1. Bier und einmal nach dem zweiten?
Löse a) auch unter der Maßgabe, dass er jeweils zwei Schüsse abgibt.

b) Wie oft muss er ***mindestens*** schießen, um mit ***mindestens*** 99% Wahrscheinlichkeit ***mindestens*** einmal zu treffen?
Löse diese Aufgabe für die Zustände nüchtern - nach 1 Maß - nach 2 Maß.

2.110 ***Das ist die „Solange-Bis-Aufgabe“***

In einer Urne liegen 6 rote und 4 schwarze Kugeln. Die Schüler Uwe und Piet ziehen abwechselnd daraus eine Kugel und legen sie wieder zurück. Sie tun dies **so lange, bis** einer von ihnen schwarz zieht und damit gewonnen hat.

Wie groß sind die Chancen dafür bei maximal 3 Spielrunden?

Löse diese Aufgabe auch für die Variante Ziehen ohne Zurücklegen.

2.111

In einer Urne befinden sich 2 rote, 1 blaue und 3 weiße Kugeln.

a) In einem Experiment werden 5 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
A: Man zieht genau eine blaue Kugel
B: Man zieht höchstens eine weiße Kugel
C: Die 1., 3. und 5. Kugel sind rot, die 2. und vierte sind nicht rot, aber verschiedenfarbig.
D: Die 1. und 2. Kugel sind weiß, die anderen drei haben je eine verschiedene Farbe.

b) Wenn man zwei Kugeln mit einem Griff entnimmt, mit welcher Wahrscheinlichkeit sind diese verschiedenfarbig?

c) Bei einem Spiel werden zwei Kugeln mit einem Griff entnommen.
Sind diese gleichfarbig, legt man beide Kugeln zurück und entnimmt abermals zwei Kugeln mit einem Griff.
Sind diese wieder gleichfarbig, ist das Spiel gewonnen.
Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit.

d) Dora und Emil ziehen abwechselnd eine Kugel aus dieser Urne, Emil beginnt.
Sie spielen **solange, bis** einer eine blaue Kugel zieht, der hat dann gewonnen.
Berechne für beide die Gewinnwahrscheinlichkeit wenn sie nur drei Runden spielen bzw. wenn sie beliebig lange spielen dürfen.

2.120 (Dreimal-Mindestens-Aufgabe und Solange-Bis-Aufgabe)

In einer Urne liegen 4 rote, 6 schwarze und 10 weiße Kugeln.

a) In einem ersten Experiment werden 8 Kugeln der Reihe nach entnommen und sofort wieder zurückgelegt. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Man zieht genau eine rote Kugel
B: Es werden höchstens 6 weiße Kugeln gezogen
C: Die ersten drei sind verschiedenfarbig, dann folgen nur noch weiße.
D: Man zieht abwechselnd weiß und schwarz.

b) Wie oft muss man **mindestens** ziehen (mit Zurücklegen), um mit **mindestens** 97 % Wahrscheinlichkeit **mindestens** eine rote Kugel zu ziehen?

c) Nun werden drei Kugeln der Reihe nach entnommen. Zieht man rot, werden zwei rote zurückgelegt, eine schwarze wird sofort zurückgelegt und eine weiße bleibt draußen. Ermittle an Hand eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die **Zufallsvariable X = Zahl der roten Kugeln** bei drei Entnahmen.

d) Klaus und Inge ziehen abwechselnd zwei Kugeln mit einem Griff und legen sie wieder zurück. Inge beginnt und hat gewonnen, wenn sie zwei gleichfarbige Kugeln zieht. Klaus gewinnt mit zwei verschiedenfarbigen.
Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit bei maximal zwei Spielrunden bzw. bei 8 Spielrunden.

2.121 (Dreimal-Mindestens-Aufgabe und Solange-Bis-Aufgabe)

In einem Kartenspiel befinden sich 5 rote und 15 schwarze Karten.
Man zieht eine Karte, notiert ihr Bild, legt sie zurück und mischt neu.

a) Man zieht auf diese Weise 4-mal eine Karte.
Bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zufallsvariable X = Anzahl der gezogenen roten Karten. Zeichne dazu ein Histogramm.

b) Es werden 7 Karten gezogen und wie geschildert zurückgesteckt.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse:
A: Es wird genau eine rote Karte gezogen.
B: Man zieht mindestens eine schwarze Karte.
C: Man zieht höchstens 5 rote Karten.
D: Man erhält abwechselnd verschiedene Farben.
E: Die ersten vier Karten sind schwarz, die anderen rot.
F: Die ersten drei Karten sind rot, die nächsten beiden schwarz.
G: Nur die 4. und die 6. Karte ist rot.
H: Die 3. und die 7. Karte sind rot.

c) Wie oft muss man **mindestens** ziehen, um mit mindestens 98% Wahrscheinlichkeit mindestens eine rote Karte zu erhalten?

d) Aus dem Stapel werden 2 Karten zusammen entnommen und nicht mehr zurückgelegt. Sind beide rot, hat der Spieler gewonnen. Er darf dies höchstens dreimal nacheinander versuchen. Hat er gewonnen, hört er auf.
Berechne seine Gewinnchance.

e) Adam und Eva ziehen abwechseln eine Karte vom Stapel und legen sie wieder zurück. Wer zuerst rot zieht, hat gewonnen. Eva beginnt.
Berechne die Gewinnchancen für beide, wenn
(1) das Spiel über höchstens 4 Runden geht oder
(2) das Spiel bis zum Sieg gespielt wird (unendliches Leben gehört dazu!).

Lösungen

gibt es auf der CD